

# Étude des écoulements dans les instruments à vent à anche double, pour application à la Synthèse par Modèle Physique

André Almeida,<sup>1</sup> Christophe Vergez,<sup>2</sup> René Caussé,<sup>1</sup> et Xavier Rodet<sup>1</sup>

<sup>1</sup>IRCAM, Centre Pompidou/CNRS, 1 Place Igor Stravinsky, 75004 Paris, France

<sup>2</sup>LMA, CNRS, 31 Chemin Joseph Aiguier, 13402 cedex 20 Marseille, France

## RESUME

Des modèles d'instruments à anche déjà existants, comme par exemple la clarinette, semblent un bon point de départ pour étudier le comportement des instruments à anche double. Ces modèles peuvent être appliqués aux anches doubles sans aucune modification qualitative (mis à part quelques différences de dimensions). Or, le son d'un instrument à anche double est facilement reconnaissable par rapport à une anche simple. Quelques hypothèses pour expliquer ces différences seront testées dans cet article, à travers des simulations numériques.

## I. INTRODUCTION

Tous les instruments à anches peuvent être décrits par un principe de fonctionnement similaire: le contrôle de l'écoulement d'entrée par une valve (l'anche) et l'excitation par cet écoulement modulé du système acoustique constitué par le résonateur. Le modèle le plus simple pour décrire un tel système consiste à représenter l'anche par un système masse/ressort/amortisseur, l'énergie de l'écoulement se dissipant au début du résonateur, modélisé par une simple ligne à retard.

Ce modèle, décrit et justifié par Vergez dans l'article compagnon de celui-ci [5], est très simple et général, mais ne permet pas de caractériser les différents types d'instruments à anche, en particulier les instruments à anches doubles. Il semble en effet difficile, en modifiant les paramètres de ce modèle de produire un comportement semblable à un hautbois ou à un basson.

### I.1. Rappel du modèle quasi-statique

Différentes explications pour la spécificité des anches doubles ont été proposées [4], mais celle admise comme la plus vraisemblable se réfère à la géométrie de l'anche et de la région de couplage entre l'anche et le résonateur. En particulier, plusieurs pertes de charge peuvent être identifiées dans l'écoulement. Elles peuvent être prises en compte par l'introduction d'un coefficient empirique  $\Psi$  dans la différence de pression entre la bouche et le résonateur (voir aussi [6]). Le modèle proposé pour le comportement de l'anche double peut être résumé dans les équations:

$$k_s(z - z_0) = (p_j - p_b) \quad (1)$$

qui traduit le fait que l'anche est un oscillateur harmonique (dont le coefficient d'élasticité par unité de surface est  $k_s$  et la position d'équilibre est  $z_0$ ) forcé par la différence de pression entre la bouche et l'endroit de formation du jet dans l'anche. Selon la théorie de Bernoulli, l'air (de densité  $\rho$ ) est mis en mouvement dans l'anche

par la même différence de pression:

$$q = \alpha z l_a \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_b - p_j)} \quad (2)$$

où  $\alpha z l_a$  est la section du jet, qui est plus petite que la section d'entrée ( $z l_a$ ). Pour trouver la pression au début du résonateur  $p_r$  on doit soustraire l'ensemble des pertes de charge prenant place dans l'anche:

$$p_j = p_r + \frac{1}{2} \rho \Psi \frac{q^2}{S_{ra}^2} \quad (3)$$

Elles sont proportionnelles au carré de la vitesse de l'écoulement ( $S_{ra}$  étant la surface caractéristique de la section interne de l'anche).

## II. MODÈLE DYNAMIQUE

Comme on peut le vérifier par l'équation 1, le modèle décrit n'est valable que dans un régime quasi-stationnaire, c'est-à-dire si les termes inertiels et d'amortissement peuvent être négligés. Cela peut-être justifié par une analyse des ordres de grandeur des deux termes par rapport au terme de la force élastique, par exemple. Pour les fréquences de jeu d'un hautbois l'inertie est en effet moins importante que l'élasticité — Par exemple, pour une composante de  $z$  de 440 Hz, une masse surfacique de  $3 \times 10^3$  (voir tableau I) et un coefficient d'élasticité de  $1.6 \times 10^{11}$ , le rapport entre inertie et élasticité est de 275. Pourtant on ne peut pas oublier que l'oscillation du système inclut des harmoniques de cette fréquence fondamentale, pour lesquels l'inertie gagnera de l'importance par rapport à l'élasticité. Pour prendre en compte ces deux termes on ajoute les termes aux dérivées à l'équation 1 on y remplace  $p_j$  par l'équation 3:

$$m_s \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + r_s \frac{\partial z}{\partial t} + k_s(z - z_0) = p_r - p_b + \Psi \frac{\rho}{2} \frac{q^2}{S_{ra}^2} \quad (4)$$

$m_s$  et  $r_s$  sont, respectivement la masse et le coefficient d'amortissement surfaciques.

### II.1. Le résonateur

Dans l'hypothèse d'une propagation acoustique linéaire, le résonateur, vu de l'entrée, peut se décrire grâce à la formule de convolution:

$$p^- = r * p^+ \quad (5)$$

où  $r$  est la fonction de réflexion du tuyau, et  $p^+$  et  $p^-$  sont les composantes propagatives (sortante et entrante) de l'onde de pression.

Pour le cas d'un tuyau conique ou cylindrique on a également:

$$p^+ = \left( \frac{p_r}{Z_0^*} + q \right) \left( \frac{1}{Z_0} + \frac{1}{Z_0^*} \right)^{-1} \quad (6)$$

Dans le cas d'un résonateur conique,  $Z_0$  est complexe — l'équation 6 ne conduit pas dans ce cas à une relation instantanée dans le domaine temporel [1]. Cela occasionne des problèmes d'instabilité numérique qui doivent être étudiés à la lumière de résultats récents [3].

Comme nous nous intéressons pour l'instant principalement à l'influence de l'écoulement, nous conservons un modèle de résonateur cylindrique constitué d'une ligne à retard et d'un filtre passe-bas pour prendre en compte les pertes visco-thermiques.

### III. NUMÉRISATION

La fonction de réflexion ( $r$ , de l'équation 5) est donnée par la formule:

$$r(t) = R \exp \left( -\frac{(t - t_0)^2}{\sigma^2} \right) \quad (7)$$

avec  $t_0 = 2\frac{L_t}{c}$ ,  $\sigma$  un coefficient qui contrôle la largeur du pic. Pour que l'énergie de l'onde réfléchie soit inférieure à celle de l'onde incidente, on introduit le coefficient  $R$ , de façon à ce que l'intégrale soit inférieure à l'unité.

Le vecteur de valeurs  $p^+$  dépend des vecteurs  $p_r$  et  $q$ . Or, les valeurs  $p_{r_t}$  et  $q_t$  ne sont pas connues avant de résoudre les équations de l'anche. Pourtant, dû à la causalité de la fonction de réflexion on n'a besoin que des valeurs passées de  $p^+$  pour résoudre (5) car on peut garantir que  $r_0 = 0$ .

Le système d'équations numérisé est maintenant (toutes les variables à l'instant  $t$ , sauf indication contraire):

$$p_r - Z_0 q - 2p^- = 0 \quad (8)$$

$$q^2 \left( 1 + \Psi \frac{\alpha^2 l_a^2 z^2}{S_{ra}^2} \right) - 2 \frac{p_b - p_r}{\rho} \alpha^2 l_a^2 z^2 = 0 \quad (9)$$

$$p_b - p_r - \Psi \frac{\rho}{2} \frac{q^2}{S_{ra}^2} + z \left( \frac{m_s}{dt^2} + \frac{r_s}{dt} + k_s \right) + \frac{m_s}{dt^2} (z_{t-2} - 2z_{t-1}) - \frac{r_s}{dt} z_{t-1} + k_s z_0 = 0 \quad (10)$$

Dans ce système,  $p^-$  est pré-calculé et est donc considéré comme un paramètre. L'équation (8) est l'équivalent de (6) avec  $Z_0$  réel pour l'onde sortante ( $p^-$ ), et (9) résulte de (2) après substitution de  $p_j$  par (3).

### III.1. Résolution numérique du système non-linéaire

Le système (8 – 9) n'ayant pas de solution analytique, on utilise un schéma itératif de Newton-Raphson pour le résoudre. Le vecteur initial ( $p_r, q, z$ ) sera, à chaque pas de temps, la solution du pas de temps précédent, ce qui est en principe suffisamment proche de la solution recherchée pour que le schéma puisse converger rapidement. En effet, le nombre moyen d'itérations nécessaires pour arriver à une nouvelle solution est de l'ordre de 20.

### III.2. Initialisation

Dans ce type de système, l'état présent dépend de son histoire, notamment par les variables  $p_r, q$  et  $z$ . Pour qu'on puisse initialiser le système, il faut donc remplir les lignes à retard pour ces variables avec un état initial. Avant de souffler dans l'instrument, aucun débit ne traverse l'anche et la pression est équilibrée et constante des deux côtés de l'anche (bouche et perce). De plus la position de l'anche doit être la position d'équilibre, c'est à dire  $z_0$ .

### III.3. Contraintes

Les équations (8 – 9) ne sont valables que pour certains intervalles de valeurs des variables. La physique du modèle devrait idéalement contraindre les variables à ne pas sortir de ces limites permises. Pourtant, les simplifications apportées au modèle enlèvent ces limitations naturelles et deux vérifications s'avèrent nécessaires:

- Lorsque la solution en  $z$  devient négative, on impose  $z = 0$  ce qui correspond à une fermeture complète de l'anche.
- Bien que le débit puisse physiquement devenir négatif — cela correspondrait à un écoulement de la perce vers la bouche, ce qui peut arriver dans certaines parties d'un cycle — le système d'équations ne le prend pas en compte et on impose  $q = 0$  lorsque la solution en  $q$  du système tend à devenir négative.

### IV. PARAMÈTRES

Dans le tableau I on a regroupé les valeurs utilisées pour les simulations décrites ci-dessous. Ils correspondent à des mesures effectuées par Ana Barjau [2], avec quelques adaptations.  $S_r$  et  $L_r$  sont respectivement la section et la longueur du résonateur.

$\Psi$  est le coefficient de perte de charge au niveau de la douille. Il s'agit d'un paramètre qui contrôle l'hystérésis du système (voir eq. 3) dont la valeur devrait se situer entre 0 et 5. Des valeurs plus grandes déforment trop la caractéristique  $p_r/q$ , augmentant la pression de souffle

Symbole	Valeur	Unités
$m_s$	$3 \times 10^3$	$kg m^{-2}$
$r_s$	$11.3 \times 10^6$	$kg s^{-1} m^{-2}$
$k_s$	$1.6 \times 10^{11}$	$kg s^{-2} m^{-2}$
$\rho$	1.3	$kg m^{-3}$
$l_a$	$8 \times 10^{-3}$	$m$
$z_0$	$0.8 \times 10^{-3}$	$m$
$S_{ra}$	$2 \times 10^{-5}$	$m^2$
$L_r$	0.3	$m$
$S_r$	$8 \times 10^{-5}$	$m^2$

TABLE I: Paramètres du modèle

minimale au delà des limites raisonnables pour un instrumentiste et la plage d'oscillation de la pression nécessaire pour maintenir les oscillations.

Les valeurs présentées ne sont utilisées que comme des valeurs par défaut. Elles doivent évidemment évoluer au cours de jeu, soit par le doigté quand on veut jouer une note différente — ce qui se traduit dans notre modèle simple par un changement de longueur de la ligne à retard — soit par la modification de l'embouchure pour les changements de timbre — on y parvient en modifiant les paramètres de la mécanique de l'anche ( $k_s$ ,  $m_s$ ,  $r_s$ ,  $S_{ra}$  et  $z_0$ ).

#### IV.1. Adimensionnement

Avec ces valeurs on peut calculer des ordres de grandeur pour les variables en jeu. Pour cela, on reprend les équations 1 et 2 avec une relation caractéristique entre pression et débit:

$$\frac{p_r}{q} = Z_0 = \frac{\rho c}{S_r} \quad (11)$$

La valeur de  $Z_0$  est de  $4.4 \times 10^6$ .

Pour faire un tel calcul on doit négliger des termes dans les équations de l'anche. D'abord on considère que la raideur est beaucoup plus importante que l'inertie et l'amortissement, ce qui permet de négliger les termes aux dérivées temporelles dans (4) et qu'on peut négliger le terme qui fait intervenir le débit. On a alors la relation d'ordre de grandeur:

$$k_s z = p_r \quad (12)$$

L'équation (2) peut être utilisée sans modification.

Les ordres de grandeur nous servent à avoir des bonnes constantes pour adimensionner le système numérique, de façon à ce qu'on travaille toujours dans les régions de plus grande précision numérique des types de variables (*double*).

#### IV.2. Modèle temps réel

Le modèle a été porté dans l'environnement temps réel de l'Ircam, jMax, ce qui permet plus facilement d'explorer

les paramètres. Le modèle est assez simple et requiert peu de puissance de calcul (Il prend environ un quart de la puissance de calcul d'un processeur Pentium III à 1 GHz pour une synthèse à 44.1 kHz). Il permettra de plus facilement étudier le comportement du modèle pour des combinaisons de paramètres plus vastes.

## V. RÉSULTATS ET CONCLUSIONS

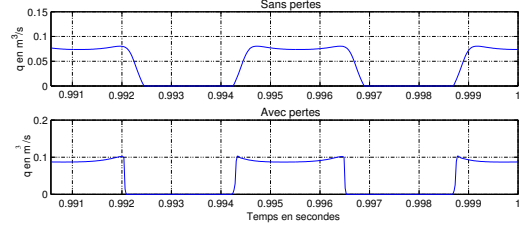


Figure 1: Comparaison des ondes de débit pour les cas sans pertes ( $\Psi = 1$ ) et avec pertes de charge ( $\Psi = 4$ )

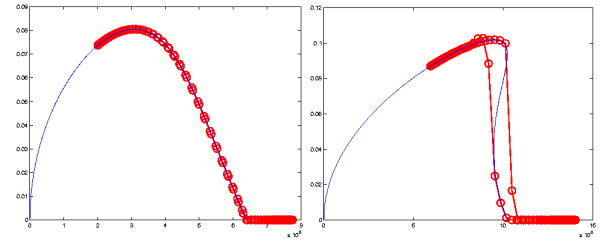


Figure 2: Trajectoires de phase (ronds) correspondantes à la figure 1 et caractéristique  $p_r/q$  pour le cas quasi-statique. Paramètres du tableau I.

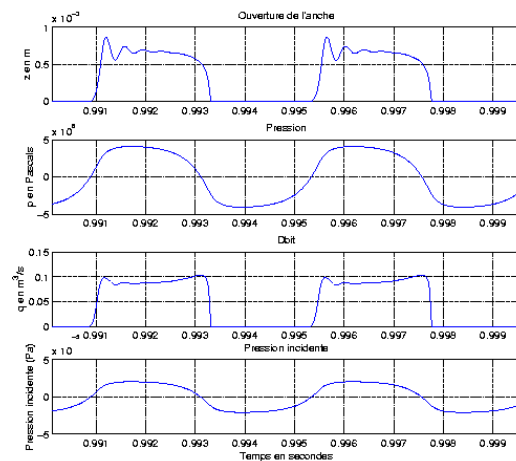
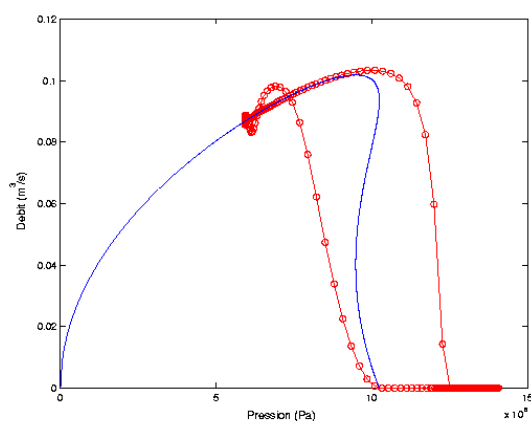


Figure 3: Résultats de la simulation pour les paramètres présentés dans le tableau I.



**Figure 4:** Trajectoire du système dans l'espace  $p_r/q$  pour un cycle

L'effet du terme de pertes de charge est visible par comparaison entre les deux graphes de la figure 1. Pour ces graphes on a intentionnellement exagéré l'étalement de la fonction de réflexion, pour que la pression ne force pas l'anche à se fermer dans un court espace de temps. L'onde de débit transite en effet soudainement entre sa valeur maximale et le débit nul. Ce processus peut mieux être compris en regardant l'espace de phase  $p_r/q$  (fig. 2): en effet, bien que dans les deux cas la différence de pression varie graduellement, dans le cas du hautbois, la forme hystérétique de la caractéristique force le système à transiter soudainement entre deux débits différents.

D'un autre côté, le fait d'ajouter des termes inertiels aux équations peut masquer ces effets. Les graphes de la figure 1 ont été tracés avec une masse de l'anche peu importante. Si on l'augmente, les trajectoires du système s'écartent de la caractéristique statique (fig. 4). À cet écart correspond aussi une augmentation du temps de parcours qui avant correspondait au saut entre deux états (on voit dans les trajectoires plusieurs échantillons avant que la trajectoire arrive près de la caractéristique). La figure 3 représente l'évolution temporelle des variables correspondant à la trajectoire de phase de la figure 4.

Les résultats obtenus par simulation seront validés à

travers des expériences menées à l'Ircam où, à l'aide d'une bouche artificielle adaptée à l'embouchure du hautbois, il nous est possible de prendre des mesures de l'ouverture de l'anche et du champ de pression à l'intérieur de l'anche.

Des nouvelles perspectives de modélisation sont attendues grâce à des mesures et visualisations de l'écoulement à l'intérieur de l'anche sur toute sa longueur. En particulier, nous projetons d'utiliser des méthodes d'anémométrie Laser et de corrélation d'images de particules afin de pouvoir comprendre les caractéristiques de l'écoulement au niveau de l'anche.

## VI. REMERCIEMENTS

Nous souhaitons remercier G. Lemaitre pour les discussions utiles que nous avons eues suite à son stage à l'IRCAM sur la modélisation du hautbois.

La participation de A. Almeida est soutenue financièrement par une bourse de la *Fundação para a Ciência e Tecnologia*, Portugal.

## REFERENCES

1. J. Agulló, A. Barjau, and J. Martínez. Alternatives to the impulse response  $h(t)$  to describe the acoustical behavior of conical ducts. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1988.
2. A. Barjau and J. Agulló. Calculation of the starting transients of a double-reed conical woodwind. *Acustica*, 1989.
3. E. Ducasse. *Modélisation et simulation dans le domaine temporel d'instrument à vent à anche simple en situation de jeu: méthodes et modèles*. PhD thesis, Université du Maine, 2001.
4. A. Hirschberg. *Mechanics of Musical Instruments*, chapter 7: Aero-acoustics of Wind Instruments. Springer-Verlag, 1995.
5. C. Vergez and A. Almeida. Modèle physique simple d'instrument de musique à anche double: influence des pertes aéro-dynamiques dans l'anche sur le couplage anche-résonateur. In *Congrès Français d'Acoustique 2002, Lille, France*. Société Française d'Acoustique, 2002.
6. A. P. J. Wijnands and A. Hirschberg. Effect of a pipe neck downstream of a double reed. In *Proceedings of the International Symposium on Musical Acoustics*, pages 149–152. Societe Française d'Acoustique, 1995.